



تقسیم کسرها یا حساب قسمت‌ها (بخش اول)

تقسیم؛ از مفاهیم مرتبط با کسر

محاسبه‌ی آن را به‌طور معنادار دارند. سؤال مهم این است که چرا با وجود سهولت در درک تقسیم اعداد طبیعی، در درک تقسیم اعداد کسری با مشکلات فراوانی مواجه می‌شوند. یکی از دلایل می‌تواند این باشد که در جریان آموزش، درک دانش‌آموز از تقسیم اعداد کسری، به خوبی بر پایه‌ی درک او از تقسیم اعداد طبیعی بنا نهاده نمی‌شود. به همین دلیل، او نمی‌تواند ارتباط معناداری بین این دو مفهوم (تقسیم اعداد طبیعی و تقسیم کسرها) برقرار کند و از درکی که از تقسیم اعداد طبیعی دارد، در توسعه‌ی درکش در تقسیم کسرها استفاده کند. این مقاله سعی دارد با اشاره به ابعاد تقسیم کسرها، ارتباط معناداری با تقسیم اعداد طبیعی برقرار کند و از آن طریق درباره‌ی چگونگی تسهیل یادگیری دانش‌آموزان از مفهوم تقسیم کسرها بحث کند.

کسر یکی از مفاهیم مهم ریاضی است که به دلیل کاربرد فراوانش در ریاضیات و زندگی روزمره‌ی انسان اهمیت فراوانی دارد. اما با وجود این، افراد در یادگیری و کار با این مفهوم مشکلات فراوانی دارند. مفهوم تقسیم کسرها نمونه‌ای از مفاهیم مرتبط با کسرهاست که افراد درک ضعیفی از آن دارند. با آنکه ممکن است خیلی‌ها توانایی محاسبه‌ی عبارات شامل تقسیم کسرها را با استفاده از قاعده‌ی «معکوس و ضرب» یا به عبارت ساده‌تر «کسر اول ضرب در معکوس کسر دوم» داشته باشند، اما درک درستی از مفهوم تقسیم کسرها، موقعیت‌های ریاضیاتی و واقعی متناظر با این مفهوم و عمل و چرایی استفاده از این قاعده برای انجام کسرها را ندارند. از طرف دیگر، افراد معمولاً مفهوم تقسیم اعداد طبیعی را به راحتی درک می‌کنند و توانایی انجام

مسائل کلامی ضرب و تقسیم اعداد طبیعی

کلامی تقسیم نیز در این حوزه‌ی اعداد به دو دسته‌ی کلی «تقسیم بخشی» و «تقسیم اندازه» طبقه‌بندی می‌شوند. جدول ۱ دسته‌بندی مسائل را به همراه مثال و چگونگی ارتباط بین مسائل ضرب و تقسیم نشان می‌دهد:

مسائل کلامی ضرب در حوزه‌ی اعداد طبیعی در چهار دسته طبقه‌بندی می‌شوند: ۱. گروه‌های مساوی و نرخ؛ ۲. مقایسه؛ ۳. آرایش (چیدمان) مستطیلی و مساحت؛ ۴. ترکیب‌ها. با توجه به اینکه عمل تقسیم عکس عمل ضرب است، مسائل

جدول ۱. ساختار مسائل کلامی ضرب و تقسیم اعداد طبیعی

| نوع مسئله و ساختار مسائل گروه‌های مساوی و نرخ | | |
|--|---|---|
| مجهول: حاصل (ضرب) | مجهول: اندازه‌ی گروه (تقسیم بخشی) | مجهول: تعداد گروه‌ها (تقسیم اندازه‌ای) |
| زهر ۴ بسته شکلات دارد که در هر کدام ۶ تا شکلات است. او در مجموع چند عدد شکلات دارد؟ $4 \times 6 =$ | زهر ۲۴ عدد شکلات دارد که می‌خواهد آن‌ها را بین ۴ دوستش، به‌طور مساوی، تقسیم کند. به هر کدام از دوستانش چه تعداد شکلات می‌رسد؟ $24 \div 4 =$ | زهر ۲۴ عدد شکلات دارد. او آن‌ها را در بسته‌های ۶ تایی قرار می‌دهد. او چند بسته شکلات دارد؟ $24 \div 6 =$ |
| اگر سود حاصل از صادرات هر یک کیلو خرما ۷ دلار باشد، صادرات پنج کیلو خرما چند دلار سود دارد؟ (نرخ) $7 \times 5 =$ | اگر سود حاصل از صادرات پنج کیلو خرما ۳۵ دلار باشد، سود حاصل از صادرات هر یک کیلو خرما چند دلار است؟ (نرخ) $35 \div 5 =$ | سود حاصل از صادرات هر یک کیلو خرما ۷ دلار است. اگر صادرات مقداری خرما ۳۵ دلار سود داشته باشد، مقدار آن خرما چند کیلو بوده است؟ (نرخ) $35 \div 7 =$ |
| علی ۳ ساعت با سرعت ۴ کیلومتر در ساعت پیاده‌روی کرد. او چند کیلومتر پیاده‌روی کرده است؟ (نرخ) $3 \times 4 =$ | علی ۱۲ کیلومتر را در ۳ ساعت پیاده‌روی کرد. او در هر ساعت چند کیلومتر پیاده‌روی کرده است؟ (نرخ) $12 \div 3 =$ | علی ۱۲ کیلومتر را با سرعت ۴ کیلومتر در هر ساعت پیاده‌روی کرد. او چند ساعت پیاده‌روی کرده است؟ (نرخ) $12 \div 4 =$ |
| نوع مسئله و ساختار مسائل مقایسه | | |
| مجهول: حاصل (ضرب) | مجهول: اندازه‌ی گروه (تقسیم بخشی) | مجهول: ضریب (تقسیم اندازه‌ای) |
| سن فاطمه ۶ سال است. سن اکرم ۴ برابر سن فاطمه است. اکرم چند سال دارد؟ $4 \times 6 =$ | اکرم ۲۴ سال دارد. سن او ۴ برابر سن فاطمه است. سن فاطمه چقدر است؟ $24 \div 4 =$ | اکرم ۲۴ سال و فاطمه ۶ سال دارد. سن اکرم چند برابر سن فاطمه است؟ $24 \div 6 =$ |
| این ماه رضا ۵ برابر ماه قبل پیاده‌روی کرده است. اگر ماه گذشته ۷ کیلومتر پیاده‌روی کرده باشد، او در این ماه چند کیلومتر پیاده‌روی کرده است؟ | این ماه رضا ۵ برابر ماه قبل پیاده‌روی کرده است. او اگر در این ماه ۳۵ کیلومتر پیاده‌روی کرده باشد، میزان پیاده‌روی او در ماه گذشته چند کیلومتر بوده است؟ $35 \div 5 =$ | رضا در این ماه ۳۵ کیلومتر پیاده‌روی کرده است. او در ماه گذشته ۷ کیلومتر پیاده‌روی کرده بود. او در این ماه چند برابر ماه گذشته پیاده‌روی کرده است؟ $35 \div 7 =$ |
| نوع مسئله و ساختار مسائل آرایش مستطیلی و مساحت | | |
| مجهول: حاصل (ضرب) | مجهول: اندازه‌ی گروه | مجهول: تعداد گروه‌ها |
| در کارتونی ۳ ردیف کنسرو ماهی با ۵ کنسرو در هر ردیف وجود دارد. چه تعداد کنسرو ماهی در این کارتونی وجود دارد؟ $3 \times 5 =$ | ۱۵ کنسرو ماهی داخل یک کارتونی در سه ردیف مساوی چیده شده است. در هر ردیف چند کنسرو وجود دارد؟ $15 \div 3 =$ | داخل یک کارتونی ۱۵ کنسرو ماهی در ردیف‌های مساوی، با ۵ کنسرو در هر ردیف، قرار داده شده است. در این کارتونی چند ردیف کنسرو وجود دارد؟ $15 \div 5 =$ |
| نوع مسئله و ساختار مسائل ترکیب | | |
| علی ۴ پیراهن و ۳ شلوار دارد. او به چند حالت مختلف می‌تواند این لباس‌ها را بپوشد؟ $4 \times 3 =$ | | از ساختار ترکیب به ندرت برای تقسیم استفاده می‌شود. |

می‌تواند نشان‌دهنده‌ی دانش مفهومی آن‌ها از نحوه‌ی انجام تقسیم کسر باشد.

دانش‌آموزان برای درک تقسیم کسر به درک دو ایده‌ی **تقسیم‌بندی به قسمت‌های مساوی** و **تکرار** نیاز دارند. تقسیم‌بندی به قسمت‌های مساوی، همان‌طور که از نامش پیداست، یعنی قسمت‌قسمت کردن یک شکل به قسمت‌های با اندازه‌ی مساوی. منظور از تکرار نیز یعنی شمارش یا تکرار بخش‌های کسری. تکرار می‌تواند در درک رابطه‌ی بین قسمت‌ها (صورت کسر) و کل (مخرج کسر) به دانش‌آموزان کمک کند. در تکرار باید بر دو ایده در مورد نمادهای کسری تمرکز شود.

- عدد بالا (صورت)، می‌شمارد.
- عدد پایین (مخرج)، چیستی آنچه را عدد بالا (صورت)

کسر و تقسیم

خیلی از دانش‌آموزان در تشخیص اینکه در چه موقعیت‌هایی می‌توان از مفهوم تقسیم کسرها استفاده کرد، مشکل دارند. برای مشاهده‌ی این واقعیت، پیشنهاد می‌شود از دانش‌آموزان کلاس خود بخواهید برای عبارت $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$ یک مسئله‌ی کلامی طرح کنند. به احتمال زیاد، مشاهده خواهید کرد که خیلی‌ها توانایی طرح مسئله‌ی مناسب و درست برای این عبارت را ندارند. دلیل این ضعف در این است که آن‌ها درک درستی از مفهوم تقسیم کسر و موقعیت‌هایی که این مفهوم می‌تواند در آن‌ها استفاده شود، ندارند. همچنین، می‌توانید از آن‌ها سؤال کنید چرا در تقسیم کسرها، کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب می‌کنند. پاسخ این سؤال نیز

می‌شمارد، بیان می‌کند.

برای مثال، دانش‌آموزان باید با توجه به کسر مربوط به شکل زیر که $\frac{3}{4}$ است، این درک را داشته باشند که ۳ نشان‌دهنده‌ی تعداد قسمت‌هایی از شکل است که هر کدام از آن‌ها $\frac{1}{4}$ هستند، یا باید بتوانند این واقعیت را درک کنند که $\frac{5}{7}$ ، یعنی تکرار ۵ باره‌ی قسمتی از یک شکل که $\frac{1}{7}$ است $(\frac{5}{7} = 5 \times \frac{1}{7})$.



شکل ۱. نشان‌دهنده‌ی $\frac{3}{4}$

تقسیم کسرها بر چهار نوع از مسائل تمرکز دارد که با توالی توسعه‌ای در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی ارائه می‌شوند. جدول ۲ این چهار نوع مسئله را به همراه توالی آن‌ها در کتاب‌ها و مصداق‌هایشان نشان می‌دهد:

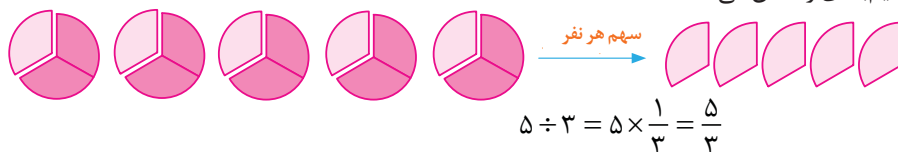
جدول ۲. مسائل تقسیم کسرها و توالی و مصداق‌های آن‌ها در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی

| ردیف | نوع مسئله | نمونه | کتاب درسی ریاضی | مصداق |
|------|------------------------------|--|---|--|
| ۱ | تقسیم عدد بر عدد | $5 \div 3 =$ | کتاب پنجم ابتدایی | ۱. می‌خواهیم ۵ کلوچه را به‌طور مساوی میان سه نفر تقسیم کنیم. به هر نفر چه مقدار کلوچه می‌رسد؟ شکل ۲. صفحه‌ی ۳۶ کتاب ریاضی پایه‌ی پنجم ابتدایی |
| ۲ | تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی | $\frac{1}{3} \div 2 =$ | کتاب پنجم ابتدایی | ۱. $\frac{1}{3}$ زمینی را به آموزش و پرورش اهدا کرده‌اند تا در آن دو سالن ورزشی بسازند. قرار است ۳ مساحت این دو سالن یکسان باشد. به هر سالن چه کسری از زمین می‌رسد؟ شکل ۳. صفحه‌ی ۳۷ کتاب ریاضی پایه‌ی پنجم ابتدایی |
| ۳ | تقسیم یک عدد حسابی بر یک کسر | $5 \div \frac{1}{2} =$ یا $6 \div \frac{3}{2} =$ | کتاب پنجم ابتدایی (تقسیم یک عدد بر یک کسر واحد) کتاب ششم ابتدایی (تقسیم یک عدد بر یک کسر غیر واحد) | ۱. هانیبه در جشن تکلیف خود ۵ ساندویچ الویه را میان مهمان‌ها تقسیم کرد. اگر برای هر نفر $\frac{1}{2}$ ساندویچ کافی باشد، این ۵ ساندویچ به چند نفر می‌رسد؟ راه‌حل را به کمک شکل توضیح دهید. شکل ۴. صفحه‌ی ۳۸ کتاب ریاضی پایه‌ی پنجم ابتدایی $6 \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{3} = 4$ شکل ۵. صفحه‌ی ۳۳ کتاب ریاضی پایه‌ی ششم ابتدایی |
| ۴ | تقسیم یک کسر بر یک کسر | $\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} =$ | کتاب ششم ابتدایی | ۱. مسئله‌ی زیر را بخوانید و راه‌حل‌های داده شده را کامل کنید و توضیح دهید. الف. $4\frac{1}{4}$ کیلوگرم پسته را در بسته‌هایی به وزن $\frac{1}{4}$ کیلوگرم بسته‌بندی کرده‌ایم. تعداد بسته‌ها چقدر است؟ $4\frac{1}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{9}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{9}{2} \times \frac{4}{1} = 18$ به کمک شکل تعداد بسته‌ها است. ب. اگر بخواهیم وزن هر بسته $\frac{3}{4}$ کیلوگرم باشد تعداد بسته‌ها چقدر خواهد بود؟ شکل ۶. صفحه‌ی ۳۳ کتاب ریاضی پایه‌ی ششم ابتدایی |

حال قصد داریم هر یک از این مسائل را به دو تقسیم **بخشی** و **اندازه** که دانش‌آموزان در حوزه‌ی اعداد طبیعی با آن آشنا شدند، مرتبط کنیم تا از این طریق درک آن‌ها در خصوص تقسیم کسرها را بر پایه‌ی دانش قبلی آن‌ها از اعداد طبیعی و اعمال مرتبط با اعداد طبیعی بنا کنیم.

الف. تقسیم یک عدد طبیعی بر یک عدد طبیعی

تقسیم بخشی یا تسهیم مساوی زمینه‌ی مناسبی است که می‌توان تقسیم یک عدد طبیعی بر یک عدد طبیعی را بر اساس آن تعبیر کرد. دانش‌آموزان به راحتی مفهوم به‌طور مساوی تقسیم کردن را درک می‌کنند (برای مثال، ۴ کیک به‌طور مساوی بین ۳ نفر تقسیم شده است). به دلیل اینکه این نوع تقسیم به‌طور بنیادی با تقسیم بخشی گره خورده است، تکالیف مرتبط با تقسیم‌بندی مساوی بین چند نفر (تسهیم مساوی)، یکی از زمینه‌های مناسب برای آموزش این نوع تقسیم است. حاصل این تسهیم می‌تواند قسمت کسری باشد. برای مثال، اگر بخواهیم پنج کیک را به‌طور مساوی بین ۳ نفر تقسیم کنیم (۵ ÷ ۳)، می‌بینید که سهم هر نفر ۵ تا $\frac{1}{3}$ خواهد شد. شکل ۷ نتایج این تقسیم‌بندی را نشان می‌دهد:



شکل ۷. تقسیم مساوی پنج کیک بین ۳ نفر (کتاب ریاضی پایه‌ی پنجم ابتدایی، ص ۲۶)

در $5 \div 3 = 5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ به این معنی است که پنج کیک به‌طور مساوی بین ۳ نفر تقسیم شده است. عبارت دوم ($5 \times \frac{1}{3}$) به این معنی است که از هر کیک، $\frac{1}{3}$ آن به هر نفر می‌رسد (سهم هر نفر از هر کیک) و عبارت آخر ($\frac{5}{3}$)، سهم هر نفر از کل کیک‌هاست. دانش‌آموزان باید قادر به دیدن این ارتباط و معانی هر یک از این عبارات هم‌ارز (معادل) باشند. دانش‌آموزان ملاحظه می‌کنند که تقسیم یک عدد بر یک عدد، همانند ضرب یک عدد در یک کسر واحد است. یکی از نکاتی که از همین ابتدا باید توجه آن‌ها به آن جلب شود، چگونگی تبدیل تقسیم به ضرب است. این توجه در پایان یادگیری تقسیم کسرها کمک می‌کند آنان درک مفهومی مناسبی از چگونگی انجام تقسیم کسرها (چرایی درست بودن قاعده‌ی «کسر اول ضرب در کسر دوم») داشته باشند.

ب. تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی

زمینه‌ی مناسب برای تعبیر این نوع مسائل، همانند مسائل مربوط به تقسیم یک عدد طبیعی بر یک عدد طبیعی، تقسیم بخشی است که با استفاده از آن دانش‌آموزان می‌توانند به راحتی این نوع تقسیم را تعبیر و موقعیت‌های ریاضیاتی و واقعی مرتبط با آن را درک کنند. معمولاً در تقسیم بخشی (تسهیم مساوی)، از دانش‌آموزان مواردی همانند «سهم هر نفر چقدر است؟»، «میزان سرعت هواپیما یا ماشین در هر ساعت را به‌دست آورید»، «چه مقدار پارچه برای دوخت یک چادر موردنیاز است؟» خواسته می‌شود که همه‌ی آن‌ها با مقدار یا سهم هر یک از گروه‌ها در تقسیم‌بندی مساوی مقدار کل داده شده مرتبط هستند. برای مثال، در معرفی این نوع مسائل در کتاب ریاضی پایه‌ی پنجم ابتدایی، از دانش‌آموزان خواسته شده است حاصل تقسیم $\frac{1}{3}$ یک زمین برای ساخت دو سالن ورزشی را به‌دست آورند. شکل ۸ نحوه‌ی حل آن را نشان می‌دهد.



۱- $\frac{1}{3}$ زمینی را به آموزش و پرورش اهدا کرده‌اند تا در آن دو سالن ورزشی بسازند. قرار است مساحت این دو سالن یکسان باشد. به هر سالن چه کسری از زمین می‌رسد؟



شکل ۸. تقسیم‌بندی مساوی $\frac{1}{3}$ زمین برای ساخت دو سالن ورزشی (کتاب ریاضی پایه‌ی پنجم ابتدایی، ص ۳۷)

دانش‌آموزان در جریان حل این نوع مسئله درمی‌یابند که همانند مسائل نوع اول (تقسیم عدد بر عدد)، باید تقسیم را به ضرب تبدیل کنند. در صفحه‌ی ۳۷ کتاب ریاضی پایه‌ی پنجم ابتدایی، این موضوع برای دانش‌آموزان مفهوم‌بخشی شده است (شکل ۹). یکی از پیش‌نیازهای این مفهوم‌بخشی، درک دانش‌آموزان از خاصیت جابه‌جایی ضرب کسرهاست. در صفحه‌ی ۳۴ این کتاب، در قالب یک سؤال، سعی شده است دانش‌آموزان این قاعده را در خصوص ضرب کسرها، همانند ضرب اعداد حسابی، درک کنند (شکل ۹).

۲- حاصل ضرب کسرها زیر را به‌دست آورید.

$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \\ \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \\ \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \end{array} \right.$$

شکل ۹. مفهوم‌بخشی قاعده‌ی جابه‌جایی ضرب کسرها و نحوه‌ی انجام تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی (ص ۳۴ و ۳۷)

با توجه به ضرب‌های بالا، در ضرب دو کسر اگر کسرها جابه‌جا شوند، حاصل چه تغییری می‌کند؟

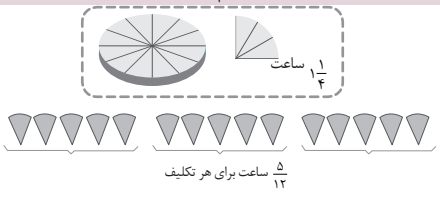
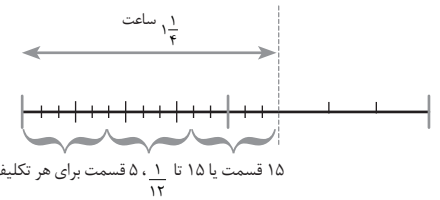

۱. کسر واحد، کسری است که صورت آن عدد ۱ است.

مجدد واحدها و قسمت‌های کسری نیاز دارند. برای نمونه، در حل مسئله‌ی زیر دانش‌آموزان با استفاده از بازنمایی‌های غیر عددی، به تقسیم‌بندی مجدد قسمت‌ها نیاز دارند.

مریم $\frac{1}{4}$ ساعت برای انجام ۳ تکلیف مدرسه‌اش نیاز دارد. اگر او این زمان را به‌طور مساوی برای انجام این ۳ تکلیف تقسیم کند، چه مقدار زمان برای انجام هر یک از این تکلیف‌ها اختصاص می‌یابد؟

جدول ۴ حل این مسئله را با سه مدل مساحت، خطی و مجموعه نشان می‌دهد. البته دانش‌آموزان می‌توانند این مسئله را با استفاده از قاعده‌ی تبدیل تقسیم به ضرب حل کنند، اما علاوه بر آن‌ها، استفاده از این مدل‌های بصری می‌تواند به درک آن‌ها از تقسیم کسرها کمک کند.

جدول ۴. حل مسئله‌ی مرتبط با تقسیم بخشی با استفاده از سه مدل مساحت، خطی و مجموعه

| مدل | روش حل |
|--------|---|
| سطح | یک روش حل، تقسیم هر $\frac{1}{4}$ به سه قسمت مساوی است  |
| خطی |  |
| مجموعه | به توانایی تقسیم هر $\frac{1}{4}$ به سه قسمت مساوی نیاز دارید. اگر هر $\frac{1}{4}$ به ۳ تا نیاز داشته باشد، پس از ۱۲ تا به‌عنوان کل استفاده کنید.  ۱۵ تا شمارشگر در $\frac{1}{4}$ است. پس برای انجام هر تکلیف، باید ۵ تا شمارشگر که هر کدام $\frac{1}{12}$ ساعت یا ۵ دقیقه است (یعنی ۲۵ دقیقه) زمان صرف شود |

در این مقاله، ضمن مرور مسائل مرتبط با ضرب و تقسیم اعداد طبیعی، به بررسی دو نوع مسئله‌ی تقسیم کسر پرداختیم. در هر دو مورد ملاحظه کردید که می‌توان آن‌ها را به راحتی با تقسیم بخشی تعبیر و انجام داد. این موضوع به درک دانش‌آموزان از تقسیم کسرها کمک می‌کند. در مقاله‌ی بعد، به بررسی دو نوع دیگر از مسائل تقسیم کسرها (تقسیم یک عدد طبیعی بر کسر و تقسیم یک کسر بر کسر) و چگونگی تعبیر آن‌ها با استفاده از دو تقسیم بخشی و اندازه‌ی می‌پردازیم.

یکی از نکات آموزشی که خیلی می‌تواند برای دانش‌آموزان مفید باشد، استفاده از گفت‌وگو و بحث کردن در خصوص موقعیت‌هایی است که این نوع مسائل می‌تواند در آن‌ها کاربرد داشته باشد. پرسیدن سؤالی مانند این سؤال و بحث در مورد آن، خیلی می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند:

چه موقعیت‌هایی می‌تواند مناسب عبارت $\frac{1}{5} \div 4$ باشد؟

موقعیت‌های بسیاری می‌توانند با این نوع مسئله متناظر باشند. می‌توان این موقعیت‌ها را در سه دسته‌ی «مرتبط با مساحت، مدل‌های خطی و مجموعه»، دسته‌بندی کرد. در زیر، برای هر موقعیت یک مثال برای نمونه ارائه شده است:


۱. می‌خواهیم $\frac{1}{5}$ زمین را به‌طور مساوی بین ۴ نفر تقسیم کنیم. چه کسری از زمین به هر نفر می‌رسد؟ (مساحت)

۲. اگر بخواهیم $\frac{1}{5}$ آب یک کلمن را به‌طور مساوی در چهار ظرف بریزیم، در هر ظرف چه کسری از آب کلمن جای می‌گیرد؟ (خطی)

۳. اگر علی بخواهد $\frac{1}{5}$ شکلات‌هایش را بین ۴ نفر از دوستانش به‌طور مساوی تقسیم کند، به هر کدام چند شکلات می‌رسد؟ (مجموعه)

دانش‌آموزان پس از انجام تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی می‌توانند با موقعیت‌هایی مواجه شوند که در آن‌ها اعداد مخلوط بر یک عدد طبیعی تقسیم می‌شوند. سؤالی مانند «مریم می‌خواهد با $\frac{5}{3}$ متر پارچه چهار روبان هم‌اندازه درست کند، طول هر روبان چند متر خواهد بود» می‌تواند مناسب باشد. دانش‌آموزان می‌توانند برای حل این مسئله از روش‌های متفاوتی استفاده کنند. یکی از روش‌ها تبدیل عدد مخلوط به کسر و استفاده از قاعده‌ای است که در خصوص تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی یاد گرفته‌اند. یا اینکه می‌توانند به‌صورت مفهومی و با استفاده از ابزارهای دست‌ورزی و بصری به حل این مسئله بپردازند. جدول ۳، برای نمونه، دو روش حل این مسئله را نشان می‌دهد.

جدول ۳. دو روش حل مسئله مرتبط با تقسیم یک عدد مخلوط بر یک عدد طبیعی

| روش عددی | روش هندسی |
|---|---|
| $\frac{5}{3} \div 4 = \frac{16}{3} \div 4 = \frac{16}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{16}{12} = 1\frac{1}{3}$ $\frac{5}{3} = \frac{(5 \times 3) + 1}{3} = \frac{16}{3}$ |  |

علاوه بر این نوع مسائل که دانش‌آموزان بدون نیاز به تقسیم‌بندی مجدد شکل‌ها می‌توانند مسائل مرتبط با تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی را حل کنند، آن‌ها نیازمند مواجه شدن با مسائلی هستند که در آن‌ها دانش‌آموزان برای حل مسئله، به تقسیم‌بندی